

2.6 ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΟΥ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΙΤΗ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Παράλληλες ευθείες : Είναι οι ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν έχουν κοινό σημείο

2.

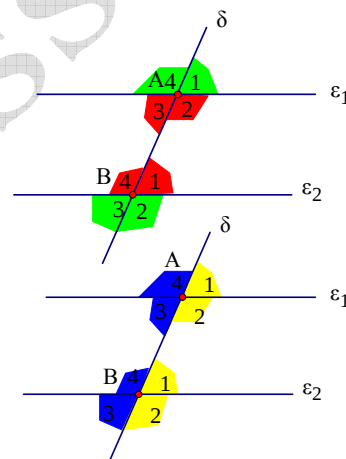
Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία τρίτη :

Ονομασία των σχηματιζόμενων γωνιών .

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε δύο παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 και μία τρίτη ευθεία δ που τέμνει αυτές στα σημεία A και B.

Οι γωνίες που έχουν κορυφές τα A και B ανάλογα με την θέση τους σε σχέση με την **ζώνη των παραλλήλων** αφ' ενός και την θέση τους σε σχέση με την **τέμνουσα δ** αφ' ετέρου παίρνουν τα παρακάτω ονόματα.

- Οι **κόκκινες** γωνίες βρίσκονται μέσα στη ζώνη των παραλλήλων ευθειών, ονομάζονται **εντός**
- Οι **πράσινες** γωνίες βρίσκονται έξω από τη ζώνη των παραλλήλων ευθειών, ονομάζονται **εκτός**
- Οι **μπλε** γωνίες ή οι **κίτρινες** βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της τέμνουσας δ , ονομάζονται **επί τα αυτά**
- Μία **μπλε** γωνία και μια **κίτρινη** βρίσκονται εκατέρωθεν της τέμνουσας δ , ονομάζονται **εναλλάξ**



Με βάση τα παραπάνω

Εντός είναι οι γωνίες $\hat{A}_2$, $\hat{A}_3$, $\hat{B}_1$, $\hat{B}_4$

Εκτός είναι οι γωνίες $\hat{A}_1$, $\hat{A}_4$, $\hat{B}_2$, $\hat{B}_3$

Επί τα αυτά είναι οι γωνίες $\hat{A}_3$, $\hat{A}_4$, $\hat{B}_3$, $\hat{B}_4$ ή οι γωνίες $\hat{A}_1$, $\hat{A}_2$, $\hat{B}_1$, $\hat{B}_2$

Ζεύγη **εναλλάξ** γωνιών είναι τα $\hat{A}_4$ και $\hat{B}_1$ ή $\hat{A}_4$ και $\hat{B}_2$ κλπ

Συνδυάζοντας τις παραπάνω ονομασίες και αναφερόμενοι σε μία γωνία με κορυφή το A και σε μία γωνία με κορυφή το B προκύπτουν οι παρακάτω συνδυασμοί ονομασιών

Εντός εναλλάξ – Εκτός εναλλάξ

Εντός και επί τα αυτά – Εκτός και επί τα αυτά

Εντός εκτός εναλλάξ – Εντός εκτός και επί τα αυτά

3.

Πρόταση : Στο παραπάνω σχήμα όλες οι οξείες γωνίες είναι ίσες και όλες οι αμβλείες γωνίες είναι ίσες ενώ μία οξεία και μία αμβλεία είναι παραπληρωματικές
Παρατηρώντας τη θέση των γωνιών καταλήγουμε στους εξής κανόνες

Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες

Οι εκτός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες

Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες

Οι εντός και επί τα αυτά είναι παραπληρωματικές

Οι εκτός και επί τα αυτά είναι παραπληρωματικές

Οι εντός εκτός εναλλάξ είναι παραπληρωματικές

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

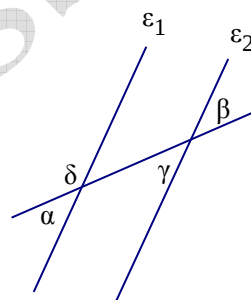
α) Πώς ονομάζονται οι γωνίες α και β ; Τι σχέση έχουν ;

β) Τι ισχύει για τις γωνίες δ και γ ;

Προτεινόμενη λύση

α) Εκτός εναλλάξ και είναι ίσες

β) Οι γωνίες είναι εντός εκτός εναλλάξ και είναι παραπληρωματικές



2.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τη γωνία φ

Προτεινόμενη λύση

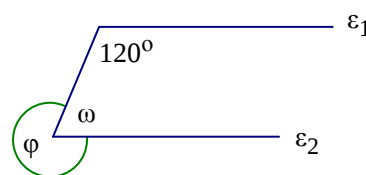
$\hat{\omega} + 120^\circ = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά

Άρα $\hat{\omega} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Όμως $\hat{\phi} + \hat{\omega} = 360^\circ$ άρα $\hat{\phi} + 60^\circ = 360^\circ$

$\hat{\phi} = 360^\circ - 60^\circ$

$\hat{\phi} = 300^\circ$



3.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες του σχήματος

Προτεινόμενη λύση

$\hat{\beta} = 50^\circ$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά

$45^\circ + \hat{\beta} + \hat{\eta} = 180^\circ$ άρα $45^\circ + 50^\circ + \hat{\eta} = 180^\circ$

$$\hat{\eta} = 85^\circ$$

$\hat{\alpha} = 45^\circ$ ως κατακορυφήν

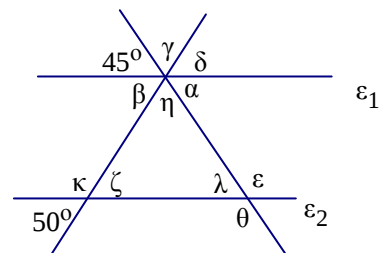
$\hat{\gamma} = \hat{\eta} = 85^\circ$ ως κατακορυφήν

$\hat{\delta} = \hat{\beta} = 50^\circ$ για τον ίδιο λόγο

$\hat{\lambda} = \hat{\alpha} = 45^\circ$ ως εντός εναλλάξ και $\hat{\epsilon} = 135^\circ$ ως παραπληρωματική της $\hat{\lambda}$

$\hat{\theta} = 135^\circ$ ως κατακορυφήν της $\hat{\epsilon}$

Τέλος $\hat{\zeta} = 50^\circ$ ως κατακορυφήν και $\hat{\kappa} = 130^\circ$ ως παραπληρωματική της $\hat{\zeta}$



4.

Στο διπλανό σχήμα, η Ax είναι διχοτόμος της

γωνίας $\widehat{\Gamma A y}$ και $Ax \parallel B\Gamma$.

Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

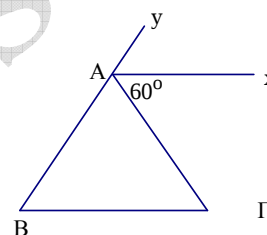
Προτεινόμενη λύση

$\hat{\Gamma} = 60^\circ$ ως εντός εναλλάξ

$y \hat{A} x = 60^\circ$ λόγω της διχοτόμου Ax

$\hat{B} = y \hat{A} x = 60^\circ$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά.

Τέλος $\hat{A} + \Gamma \hat{A} x + y \hat{A} x = 180^\circ$ άρα $\hat{A} + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
οπότε $\hat{A} = 60^\circ$



5.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel Ay$ και η

Ax είναι διχοτόμος της γωνίας $y \hat{A} z$.

Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.

Προτεινόμενη λύση

$\hat{\gamma} = 37^\circ$ ως εντός εναλλάξ

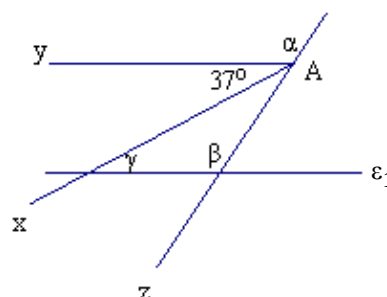
$x \hat{A} z = y \hat{A} x = 37^\circ$ λόγω της διχοτόμου Ax

Οπότε $y \hat{A} z = 2 \cdot 37^\circ = 74^\circ$

$\hat{\beta} + y \hat{A} z = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά, άρα $\hat{\beta} + 74^\circ = 180^\circ$

$$\hat{\beta} = 106^\circ$$

Τέλος $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 106^\circ$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά



6.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.

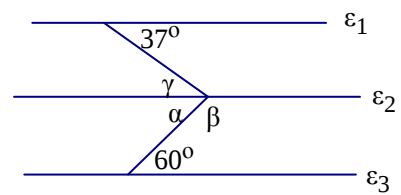
Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$

Προτεινόμενη λύση

$\hat{\gamma} = 37^\circ$ ως εντός εναλλάξ

$\hat{\alpha} = 60^\circ$ ως εντός εναλλάξ

και $\hat{\beta} = 120^\circ$ ως παραπληρωματική της $\hat{\alpha} = 60^\circ$



netsuccess.gr